Задание 1. Запишите 0,5205 число в стандартном виде и в ответ запишите его порядок.

Определение Записать число b в **стандартном виде** означает представить его в виде произведения числа a, которое больше или равно 1, но меньше 10, и степени числа 10 с целым показателем. Этот показатель называется **порядком числа.**

$$b = a \cdot 10^n,$$

где a больше или равно 1, но меньше 10,
а n — целое число.
n — **порядок числа**

Например, числа $5 \cdot 10^{18}$ и $1,2547 \cdot 10^{-21}$ записаны в стандартном виде. Порядок числа $5 \cdot 10^{18}$ равен 18, а порядок числа $1,2547 \cdot 10^{-21}$ равен –21.

Ответ: $5,205 \cdot 10^{-1}$.

Задание 2. Найдите координаты точки пересечения прямой $y = \sqrt{3}x - \sqrt{12}$ с осью абсцисс.

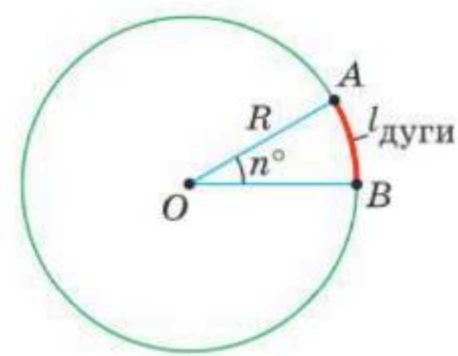
1. При пересечении с осью абсцисс y=0.
2. Составим уравнение: $\sqrt{3}x - \sqrt{12}$ =0.
3. Выразим x: $x = \frac{\sqrt{12}}{\sqrt{3}} = \sqrt{\frac{12}{3}} = 2.$

Ответ: 2.

Задание 3. Длина дуги окружности равна 44, а ее радиус равен 42. Найдите градусную меру этой дуги. При расчетах примите число π равным числу Архимеда, равным $\left(\frac{22}{7}\right)$.

Длина l дуги, содержащей n°, равна $\frac{\pi R}{180^{\circ}} \cdot n^{\circ}$.

$$n = \frac{180^{\circ} \cdot 44}{\frac{22}{7} \cdot 42} = 60^{\circ}$$



Ответ: 60°.

Задание 4. Бассейн можно заполнить водой за 3 часа, а спустить из него воду через сливное отверстие – за 5 часов. Сколько минут понадобится для наполнения трети бассейна, если при этом не закрывать сливное отверстие.

1. $V = 3p_1,\ p_1$- производительность трубы, по которой подается вода.

2. $V = 5p_2,\ p_2$- производительность трубы, по которой через сливное отверстие спускают воду.

3. $\frac{V}{3} = t\left(\frac{V}{3} - \frac{V}{5}\right)$, t – искомое время.

t=2,5 часа

Ответ: 150 минут.

Задание 5. В арифметической прогрессии четвертый член равен 9, а сумма ее второго и седьмого членов равна 22.Найдите первый член и разность этой прогрессии.

Определение. Арифметической прогрессией называется числовая последовательность, каждый член которой, начиная со второго, равен предыдущему члену, сложенному с одним и тем же для данной последовательности числом, т. е.

$$a_{n+1} = a_n + d, \text{ где } n \in \boldsymbol{N},\ d \in \boldsymbol{R}.$$

Число d называется **разностью арифметической прогрессии.**

Составим систему уравнений

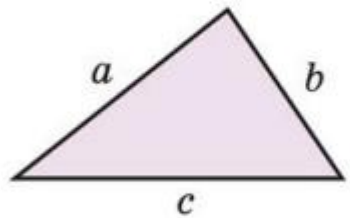
$$\begin{cases} a_1 + 3d = 9, \\ 2a_1 + 7d = 22 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a_1 = -3, \\ d = 4. \end{cases}$$

Ответ: $a_1 = -3; d = 4.$

Задание 6. Длины всех сторон треугольника являются целыми числами. Если длина одной стороны равна 1, а другой — 3. Найти периметр треугольника .

Неравенство треугольника



$$a < b + c$$
$$b < a + c$$
$$c < a + b$$

По неравенству треугольника сумма двух сторон должна быть строго больше третьей стороны, поэтому:

$$\begin{cases} x + 1 > 3, \\ x + 3 > 1, \\ 3 + 1 > x \end{cases}$$

$$\begin{cases} x > 2, \\ x > -2, \\ x < 4. \end{cases}$$

Среди целых чисел третья стороны может быть равна 3, поэтому периметр равен 7.

Ответ: 7.

Задание 7. Решите совокупность неравенств

$$\left[\begin{array}{l} \dfrac{3}{x-2} \le 1, \\ x^2 - 9 \ge 0. \end{array}\right.$$

Запишем первое неравенство в виде:

$$\frac{3}{x-2} - 1 \le 0 \quad \Leftrightarrow \quad \frac{5-x}{x-2} \le 0$$

Решением первого неравенства совокупности является объединение промежутков:

$$(-\infty; 2) \cup [5;+\infty)$$

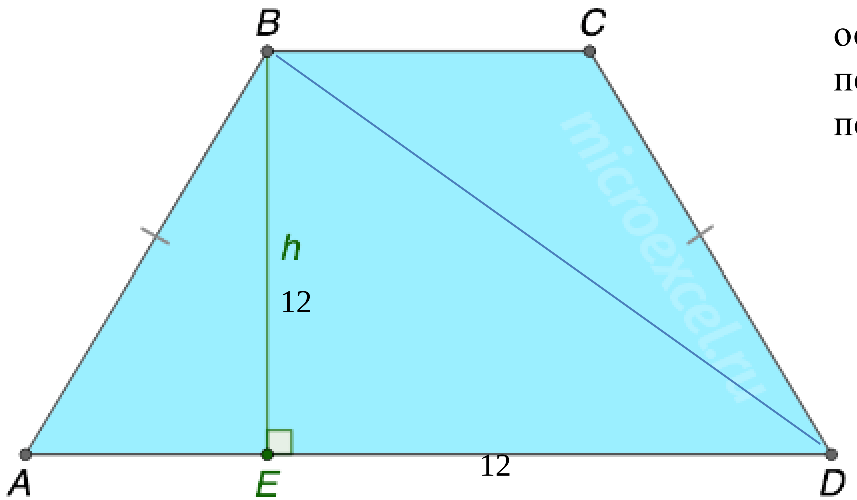
Решением неравенства $x^2 - 9 \ge 0$ является объединение промежутков:

$$(-\infty; -3\,] \cup [3;+\infty)$$

Найдем объединение множеств решений первого и второго неравенств: $(-\infty; 2) \cup [3;+\infty)$

Ответ: $x \epsilon (-\infty; 2) \cup [3; +\infty)$

Задание 8. В равнобедренной трапеции средняя линия равна 12 см, а угол между диагональю и большим основанием составляет 45°. Найдите площадь этой трапеции.



Высота равнобедренной трапеции ***BE***, опущенная на основание большей длины ***AD***, делит его на два отрезка: первый равняется половине суммы оснований, второй – половине их разности.

$$ED = \frac{AD + BC}{2} = 12$$

$$AE = \frac{AD - BC}{2}$$

$$S_{трапеции} = \frac{a+b}{2} \cdot h$$

$$S = 12 \cdot 12 = 144$$

Задача 2. *Доказать, что высота равнобедренной трапеции, проведенная из вершины, принадлежащей меньшему основанию, делит большее основание на отрезки, равные полусумме и полуразности оснований.*

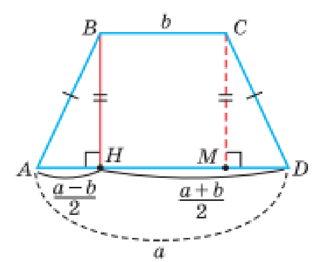


Рис. 127

Доказательство. Рассмотрим равнобедренную трапецию $ABCD$, у которой $AD = a$, $BC = b$ — основания, BH — высота (рис. 127). Докажем, что $HD = \frac{a+b}{2}$, $AH = \frac{a-b}{2}$. Проведем вторую высоту CM трапеции. Прямоугольные треугольники AHB и DMC равны по катету и гипотенузе. Поэтому $AH = MD$.

Четырехугольник $HBCM$ — прямоугольник, так как у него все углы прямые. Тогда $HM = BC = b$. Отсюда $AH = MD = \frac{AD - HM}{2} = \frac{a-b}{2}$, $HD = AD - AH = a - \frac{a-b}{2} = \frac{a+b}{2}$. Что и требовалось доказать.

Ответ: 144.

Задание 9. Найдите число p и корни x_1 и x_2 уравнения $x^2 + px + 10 = 0$, если

$$\frac{1}{x_1 - 1} + \frac{1}{x_2 - 1} = 2$$

Теорема Виета. **Сумма корней приведенного квадратного уравнения равна его второму коэффициенту, взятому с противоположным знаком, а произведение — свободному члену.**

$$x^2 + px + q = 0$$
$$D > 0$$
$$x_1 + x_2 = -p$$
$$x_1 \cdot x_2 = q$$

Составим систему уравнений $\begin{cases} x_1 + x_2 = -p, \\ x_1 x_2 = 10 \end{cases}$

Преобразуем выражение $\frac{1}{x_1 - 1} + \frac{1}{x_2 - 1} = 2,\quad \frac{x_1 + x_2 - 2}{x_1 x_2 - (x_1 + x_2) + 1} = 2.$

Запишем уравнение для нахождения *p*: $\frac{-p - 2}{10 - (-p) + 1} = 2, p = -8.$

Ответ: $-8;\ 4 - \sqrt{6};\ 4 + \sqrt{6}.$

Задание 10. Решите уравнение $\frac{\left(x^2+\mathrm{x}-21\right)^2}{10\mathrm{x}+x^2+25}+\frac{\left(x^2+6\mathrm{x}+4\right)^2}{20\mathrm{x}+(5-\mathrm{x})^2}=25.$

$$\left(\frac{x^2+\mathrm{x}-21}{x+5}\right)^2+\left(\frac{x^2+6\mathrm{x}+4}{x+5}\right)^2-25=0 \quad \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \quad \left(\frac{x^2+\mathrm{x}-21}{x+5}\right)^2+\left(\frac{x^2+6x+4}{x+5}-5\right)\left(\frac{x^2+6x+4}{x+5}+5\right)=0 \quad \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \quad \left(\frac{x^2+\mathrm{x}-21}{x+5}\right)^2+\left(\frac{x^2+11x+29}{x+5}\right)\left(\frac{x^2+x-21}{x+5}\right)=0, \quad \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \quad \frac{x^2+\mathrm{x}-21}{x+5}\cdot\frac{2x^2+12x+8}{x+5}=0.$$

Ответ: $-3-\sqrt{5};-3+\sqrt{5};\frac{-1-\sqrt{85}}{2};\frac{-1+\sqrt{85}}{2}.$